



Anexo a GEAR -1

Dimensionamiento de un par de engranajes cilíndricos a fatiga

Manual de usuario

Simbología

R = a rotura

P = a presión de superficie

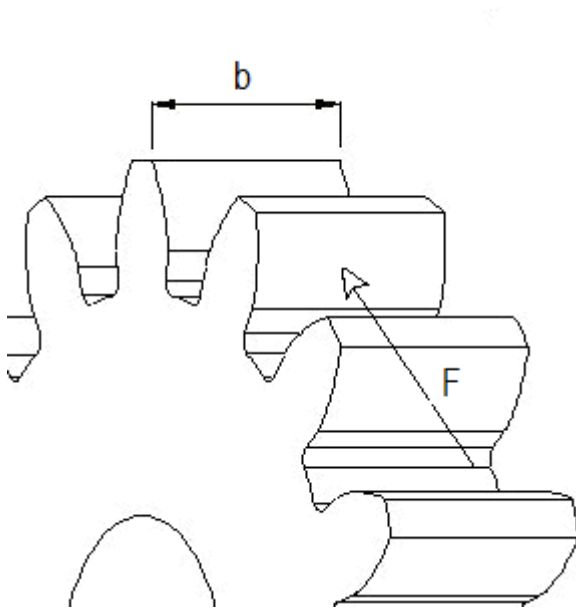
<u>Simbols</u>	<u>Descripció</u>	<u>Unidad</u>	
b	Longitud de los dientes	mm	R-P
m_o	Módulo normal (herramienta)	mm	R
X_m	Desplazamiento, corrección, en el radio primitivo	mm	-
x	Coeficiente de desplazamiento		-
F	Fuerza tangencial en el diámetro primitivo	daN	R-P
Ω	Coeficiente de corrección de tensión a la base	-	P
d1	Diámetro primitivo del piñón (Z1)	mm	P
Cr	Factor de relación	-	P
C_β	Factor de inclinación del diente helicoidal	-	P
K_v	Factor dinámico de velocidad	-	R-P
K_{HL}	Factor duración a la presión	-	P
K_M	Factor de contacto	-	R-P
K_A	Factor de servicio	-	R-P
K_{BL}	Factor duración a rotura	-	R
Y_ϵ	Factor de conducta	-	R
Y_F	Factor de Lewis	-	R
Y_β	Factor de inclinación del diente helicoidal	-	R
$\sigma_{b \text{ lim}}$	Solicitación límite de la tensión en la base	daN/mm ²	R
σ_b	Solicitación de la tensión en la base del diente	daN/mm ²	R

Dimensionamiento de engranajes de ejes paralelos.

Necesarios para calcular la anchura del dentado del piñón y de la corona dentada, tanto a rotura como la presión superficial.

El mayor de estos cuatro valores se elegirá como la anchura de los dientes de los dos engranajes.

Dimensionamiento de la presión en superficie



Para el ángulo de presión normal $\alpha_n = 20^\circ$

$$b = \frac{F}{\Omega_0 * d_1 * C_r * C_\beta * K_v * K_{HL} * K_M * K_A}$$

Para $\alpha_n = 15^\circ$ multiplicar F por 0.92

Para $\alpha_n = 17^\circ 30'$ multiplicar F por 0.96

Para $\alpha_n = 25^\circ$ multiplicar F por 1.07

b = anchura de los dientes in mm.

F = Fuerza tangencial en el diámetro primitivo (daN)

d_1 = Diámetro primitivo del piñón (Z_1) (mm)

El engranaje calculado con la fórmula anterior puede soportar una sobrecarga instantánea de hasta $3 * F$ durante un tiempo de $15 \div 20$ seg.

Tener una potencia a transmitir P (kW) y un número de revoluciones por minuto (RPM)
Se calcula el par (torque) en daN por metro.

$$\text{Par} = \frac{954.9 * P}{\text{RPM}} = (\text{daN} * \text{Mt}) \quad F = \frac{\text{Par} * 2000}{d1} = \text{daN}$$

Ω0

Material

0.1-0.2	Hierro fundido
0.2-0.8	Acero sin tratar
0.8-1.3	Acero endurecimiento inducción superficial
1-1.5	Acero endurecido y templado

C_r = Factor de relación (Es lo mismo para el piñón y rueda)

$$i = \frac{Z2}{Z1}$$

per ingranaggio esterno $C_R = \frac{i}{i + 1}$

per ingranaggio interno $C_R = \frac{i}{i - 1}$

C_β = Factor de inclinación del diente helicoidal (Es lo mismo para el piñón y rueda)
Depende del ángulo de inclinación de hélice β - $C_\beta = 1 + (0.0376 * \beta^{0.658})$

Andamento di C_β

β°	C _β
0°	1
5°	1.10
10°	1.18
15°	1.24
20°	1.28
25°	1.32
30°	1.35
35°	1.38
40°	1.40

K_v = Factor dinámico de velocidad (Es lo mismo para el piñón y rueda)

V_p = permisible – (20-25 m/1")

$$V_p = \text{velocidad periférica en metros/sec.} = \frac{d1 * \pi * \text{RPM}}{60000}$$

Los engranajes se dividen en cuatro clases de calidad.

Clase 1 - dentado de precisión alta velocidad (arriba hasta 100 m / seg)

Mecanizados de rectificadora

Clase 2 - dentado de precisión (50 m / seg) Mecanizados de rectificadora

Clase 3 - Buena calidad (20 m / seg.). Mecanizados de herramienta

Clase 4 - calidad mediocre (5 m / seg.) Mecanizados de herramienta

$$K_v = \begin{aligned} &\text{clase 1} = \frac{30}{30 + \sqrt{V_p}} \\ &\text{clase 2} = \frac{12}{12 + \sqrt{V_p}} \\ &\text{clase 3} = \frac{6}{6 + \sqrt{V_p}} \\ &\text{clase 4} = \frac{3}{3 + \sqrt{V_p}} \end{aligned}$$

K_{HL} = Factor duración a la presión (Hay diferencia de piñón y corona)

Cuando la transmisión tiene un ciclo de trabajo variable debe tener en cuenta la duración equivalente.

D_0 = duración equivalente.

$C_1 - C_2 \text{-----} C_n$ = diferentes cargas

$D_1 - D_2 \text{-----} D_n$ = Duraciones relativas a las diferentes cargas $D_1 + D_2 \text{-----} D_n$ = Duración total

La duración equivalente se expresa como una función de la carga máxima que vamos a llamar C_1

$$D_0 = D_1 + D_2 * \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^n + D_n * \left(\frac{C_n}{C_1} \right)^n$$

$n = 10$ para el cálculo de rotura $= 6$ para el cálculo de presión específica

K_{HL} se expresa en función del número de ciclos.

$$\mathbf{K_{HL}} = 8.44 * n^{\circ} \text{ cicli}^{-0.13}$$

Tendencia de K_{HL}

K_{HL}	Numero cicli
2	10^5
1.45	10^6
1	10^7
0.7	10^8
0.5	10^9
0.5	10^{10}

N.B.

En el caso de una rueda intermedia el número de ciclos debe ser multiplicado por 2.

K_M = Factor de contacto (Es lo mismo para el piñón y rueda)



Depende de la relación $\frac{b}{d_1}$

b = Anchura del dentado
 d_1 = Diámetro primitivo del piñón (Z_1)

K_M	b/d_1
1	1
0.95	1.5
0.84	2
0.72	2.5

A pesar de ser un valor desconocido, b se puede ajustar con el cálculo $K_M = 1$, que es un valor válido en todos los casos.

La relación b / d_1 no debe exceder el valor de 2.

El máximo absoluto es de 2,5

K_A = Factor de servicio (Es lo mismo para el piñón y rueda)

Operación sin shock 1
 Operando con shock moderada 2
 Operando con shock sustancial 3

Elemeto motor	Nivel de choque	Hasta 12 horas / día	24 horas / día
Motor eléctrico	1	1	0.95
	2	0.8	0.7
Turbina	3	0.67	0.50
Motor combustión solo cilindro interno.	1	0.8	0.7
	2	0.67	0.57
	3	0.57	0.45
Motor combustión pluricilíndrico interna	1	0.67	0.57
	2	0.57	0.45
	3	0.45	0.35

Para las instalaciones que requieren absoluta seguridad, dividir estos valores por $1,25 \div 1,4$

Dimensionamiento a rotura

$$b = \frac{F * Y_{\varepsilon} * Y_F * Y_{\beta}}{\sigma_{b \text{ lim}} * m_0 * K_V * K_{bL} * K_M * K_A}$$

b= anchura de los dientes in mm.

F = Fuerza tangencial en el diámetro primitivo (daN)

m_0 = módulo normal

El engranaje calculado con la fórmula anterior puede soportar una sobrecarga instantánea de hasta $2 * F$ durante un tiempo de $15 \div 20$ seg.

Y_ϵ = Factor de conducta (Es lo mismo para el piñón y rueda)

Con engranajes de clase 1 y 2, la antigua norma incluye:

$$Y_\epsilon = \frac{1}{\epsilon_\alpha}$$

Nueva fórmula I.S.O.: $Y_\epsilon = 0.25 + (0.75 / \epsilon_\alpha)$

Con los dientes de la clase 3 y cargas considerables y los dientes Clase 4: **$Y_\epsilon = 1$**

ϵ_α = Relación de la conducta (que es conveniente que esté mayor de 1,30)
(conexo a Z1) (conexo a Z2)

$$\epsilon_\alpha = Y_1 * U_1 + Y_2 * U_2$$

$$Y = \frac{ha}{m} = \frac{\text{addendum}}{\text{módulo}} \quad \text{en los dientes normales} = 1$$

U = coeficiente dependiente de Z1 y Z2 y el ángulo de la presión de **operación α'** .

α'								
Z	12°30'	15°	17°30'	20°	22°30'	25°	27°30'	30°
10	0.8	0.75	0.7	0.68	0.64	0.62	0.6	0.6
15	0.9	0.8	0.75	0.72	0.69	0.67	0.64	0.62
20	0.95	0.85	0.80	0.77	0.73	0.69	0.66	0.65
25	1	0.9	0.83	0.8	0.75	0.71	0.68	0.67
30	1.05	0.95	0.87	0.83	0.78	0.73	0.69	0.68
40	1.1	1	0.9	0.87	0.8	0.75	0.7	0.69
50	1.15	1.05	0.95	0.89	0.82	0.77	0.71	0.7
70	1.2	1.1	1	0.9	0.84	0.79	0.72	0.72
100	1.3	1.15	1.03	0.92	0.85	0.8	0.73	0.72
150	1.35	1.18	1.05	0.95	0.88	0.81	0.75	0.73
250	1.4	1.2	1.1	0.97	0.9	0.81	0.75	0.73

Y_F = Factor de Lewis (Hay diferencia de piñón y corona)

Es una función del número de los dientes, posible corrección, el ángulo de presión α_0 , el radio de curvatura en la parte inferior de los dientes, etc.

$Z_i = N^\circ$ dientes imaginarios= $Z / (\cos \beta)^3$ para los dientes helicoidales

$Z_i = Z$ para dientes rectos

X_m = Desplazamiento, corrección, en el radio primitivo (corrección en mm)

x = coeficiente de desplazamiento= X_m / m_n

Para $\alpha_0 = 20^\circ$, **Y_F** Se indica en la siguiente tabla.

X

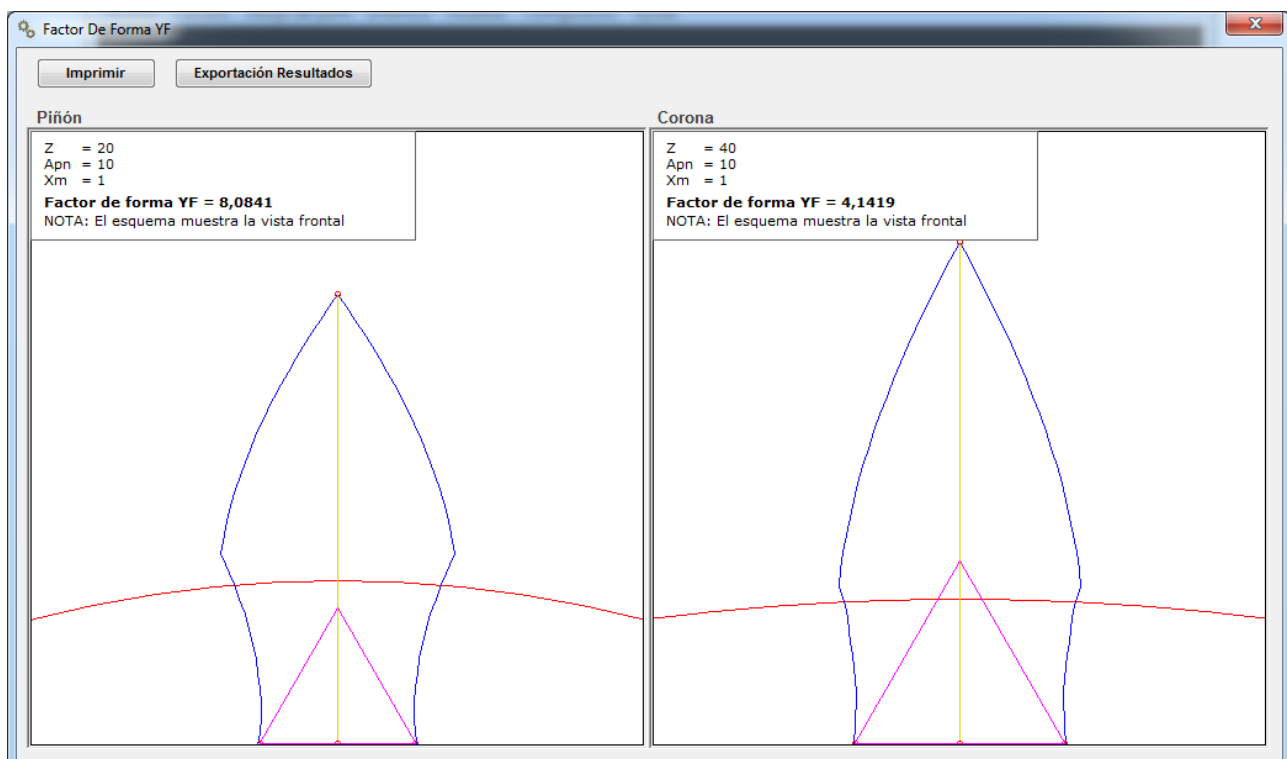
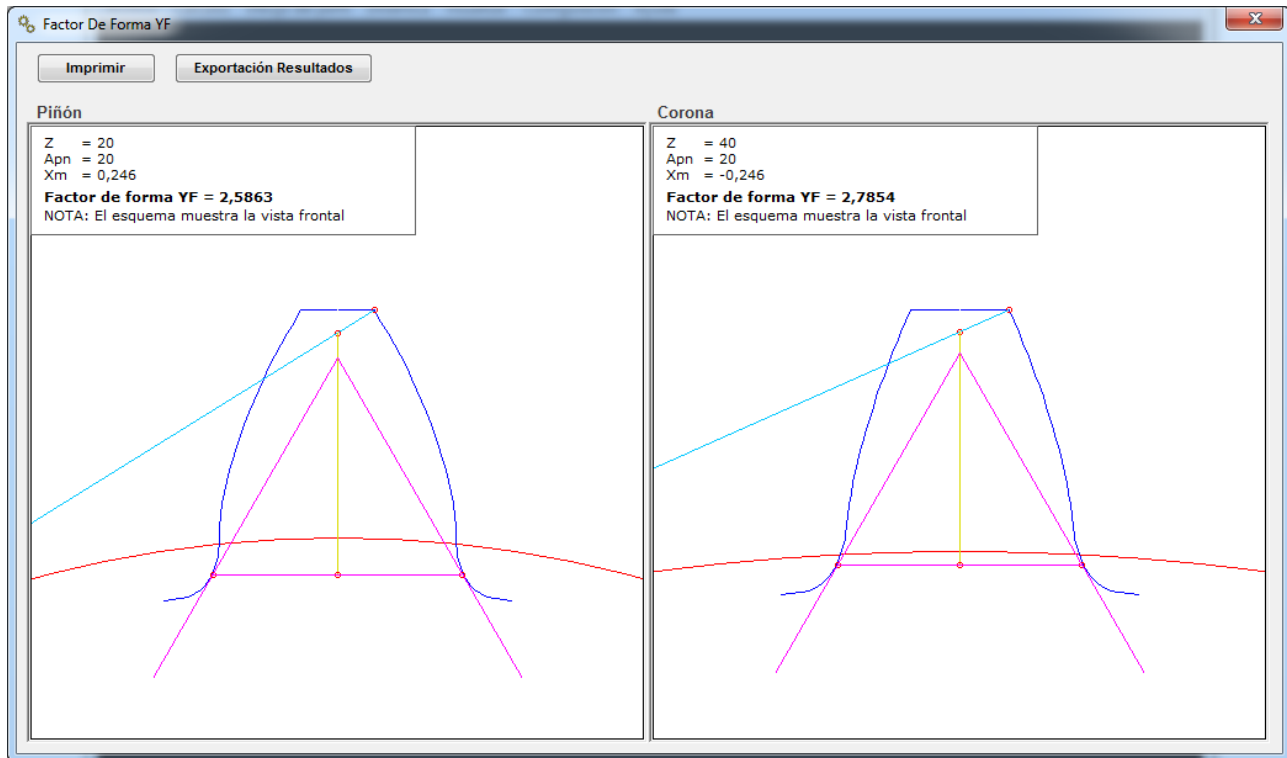
Zi	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0	+0.1	+0.2	+0.3	+0.4	+0.5
15	-	-	-	-	-	-	2.85	2.66	2.51	2.36	2.24
20	-	-	-	-	2.97	2.78	2.60	2.48	2.38	2.28	2.17
25	3.55	3.35	3.11	2.93	2.77	2.6	2.48	2.38	2.30	2.22	2.14
30	3.25	3.08	2.91	2.74	2.62	2.5	2.40	2.32	2.25	2.18	2.12
40	2.90	2.78	2.68	2.58	2.47	2.38	2.32	2.27	2.21	2.16	2.10
50	2.70	2.62	2.53	2.47	2.38	2.32	2.28	2.22	2.18	2.14	2.08
70	2.52	2.47	2.39	2.35	2.30	2.27	2.22	2.18	2.15	2.11	2.07
100	2.38	2.34	2.30	2.27	2.23	2.20	2.18	2.14	2.12	2.09	2.06
150	2.28	2.26	2.24	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.10	2.08	2.06
200	2.23	2.21	2.18	2.17	2.16	2.14	2.13	2.11	2.09	2.07	2.06
300	2.18	2.17	2.16	2.15	2.14	2.11	2.10	2.09	2.08	2.06	2.06
500	2.14	2.13	2.12	2.11	2.10	2.09	2.08	2.07	2.06	2.05	2.06

Para $\alpha_0 = 15^\circ$ multiplicar por 1.22

Para $\alpha_0 = 25^\circ$ multiplicar por 0.848

“GEAR 2 CALCULATION” calcula el factor de forma de Lewis, sea cual sea el perfil de los dientes, incluso la más absurda.

11



Y_β = Factor de inclinación del diente helicoidal (Es lo mismo para el piñón y rueda)

Y_β	β
1	0°
0.93	5°
0.87	10°
0.82	15°
0.78	20°
0.76	25°
0.75	30°
0.75	35°
0.74	40°

$\sigma_b \text{ lim}$ = Solicitación límite de la tensión en la base. Depende del material.
(en el caso de una rueda intermedia multiplica $\sigma_b \text{ lim}$ por $\frac{3}{4}$)

Material	σ_b
Hierro fundido gris	5-8
Hierro fundido especial	8-12
Bronce	6-8
Aceros al carbonio	12-18
Aceros aleados	20-25
Aleación de acero endurecido total	25-35
Aceros aleados de cementación	30-42

K_{bL} = Factor duración a rotura (Hay diferencia de piñón y corona)
Se expresa como una función del número de ciclos.

K_{bL}	Número de ciclos
1.6	10^5
1.25	10^6
1	10^7
0.8	10^8
0.65	10^9
0.65	10^{10}

N.B.

En el caso de una rueda intermedia el número de ciclos debe multiplicarse por 2

Después de elegir la anchura de la correa dentada se produce σ_b tensión real:
para el piñón e para la corona.

$$\sigma_b = \frac{F_t}{b * m_0} * Y_\epsilon * Y_F * Y_\beta$$

Ejemplo de cálculo

Número de dientes del piñón $Z_1 = 30$
 Número de dientes de la rueda $Z_2 = 90$
 ángulo de presión $\alpha = 20^\circ$
 Módulo $m_0 = 2,5$

$d_1 = 75$

$d_2 = 225$

Número de revoluciones del piñón = 2100

Accionamiento con motor eléctrico - Choques moderados

El material de ambos engranajes = 18 Ni Cr Mo 5 Cmt. Tmp.

$\sigma_{blim} = 42$

$\Omega = 1.3$

Los dientes de buena precisión Clas 2 ($V_p < 50$ m/sec.)

Duración = 20000 horas

Operando con shock moderada ≤ 12 horas/día (Factor de servicio: 0.8)

Par en el piñón =

max 17 daN por el 30% de la duración

media 12 daN por el 50% de la duración

minima 5 daN por el 20% de la duración

Dimensionamiento a rotura

$$b = \frac{F * Y_\epsilon * Y_F * Y_\beta}{\sigma_{b \lim} * m_0 * K_V * K_{bL} * K_M * K_A}$$

$$F = \frac{17 * 2000}{75} = 453 \quad \text{daN}$$

$$Y_1 = Y_2 = 1$$

$$\epsilon_\alpha = 1 * 0.83 + 1 * 0.917 = 1.747$$

Con la nueva formula I.S.O. :

$$Y_\epsilon = 0.25 + (0.75 / \epsilon_\alpha) = 0.25 + (0.75 / 1.747) = 0.679$$

$Y_F = 2.5$ por el piñón, 2.2 por la rueda

$$Y_\beta = 1$$

$$v_p = \frac{\pi * 75 * 2100}{60000} = 8.24 \text{ m/sec}$$

$$K_V \text{ (clase 2)} = \frac{12}{12 + \sqrt{8.24}} = 0.8$$

$$\text{Duración equivalente } D_0 \text{ a presión superficial} \\ 6000 + 10000(12/17)^6 + 4000(5/17)^6 = 7239 \text{ horas}$$

$$\text{Duración equivalente } D_0 \text{ a rotura} \\ 6000 + 10000(12/17)^{10} + 4000(5/17)^{10} = 6307 \text{ horas}$$

$$\text{Nº ciclos piñón} = \text{RPM} * D_0 * 60 = 2100 * 7239 * 60 = 912.144.000 \\ < 10^9, > 10^8 \quad K_{bL} \cong 0.65$$

$$\text{Nº ciclos rueda} = 912.144.000 * Z_1/Z_2 = 304.038.000 \\ < 10^9, > 10^8 \quad K_{bL} = 0.8$$

$K_{bL} = 0.65$ por el piñón 0.8 por la rueda

$$K_M = 1$$

$$K_A = 0.8$$

$$b \text{ piñón} = \frac{453 * 0.679 * 2.5 * 1}{42 * 2.5 * 0.8 * 0.65 * 1 * 0.8} = 17.6$$

$$b \text{ rueda} = \frac{453 * 0.679 * 2.2}{42 * 2.5 * 0.8 * 0.8 * 1 * 0.8} = 12.6$$

Calculo a presion superficial

$$b = \frac{F}{\Omega_0 * d_1 * C_r * C_\beta * K_v * K_{HL} * K_M * K_A}$$

$$C_r = \frac{3}{3 + 1} = 0.75$$

$$C_\beta = 1$$

$$K_{HL} = 8.44 * 912.144.000^{-0.13} = 0.577 \quad \text{por el piñón}$$

$$K_{HL} = 8.44 * 304.038.000^{-0.13} = 0.666 \quad \text{por la rueda}$$

$$b \text{ piñón} = \frac{453}{1.3 * 75 * 0.75 * 1 * 0.8 * 0.577 * 1 * 0.8} = 16.77$$

$$b \text{ rueda} = \frac{453}{1.3 * 75 * 0.75 * 1 * 0.8 * 0.666 * 1 * 0.8} = 14.53$$

Así que tenemos 4 valores, en el que hay que elegir el más grande.

	a rupture	a presion
b piñón	17.6	12.5
b rueda	12.6	14.5

Por lo tanto, es necesario tener la anchura de los dientes igual o mayor que 17,6 mm
 Anchura recomendado = 20 que es un valor más alto de los 4 mediciones.

Cálculo de la tensión de rotura actual
 (Observar que se ve influenciada por el factor de Lewis)

$$\text{Piñón } \sigma_b = \frac{453}{20 * 2.5} * 0.679 * 2.5 * 1 = 15.38 \text{ daN/mm}^2$$

$$\text{Rueda } \sigma_b = \frac{453}{20 * 2.5} * 0.679 * 2.2 * 1 = 13.53 \text{ daN/mm}^2$$